

# Détermination du financement optimal d'un logement par la théorie du cycle de vie

**André Babeau,**

*Université de Paris IX-Dauphine et CREP*

**Françoise Charpin,**

*Département d'économétrie de l'OFCE et Université de Cergy-Pontoise*

*L'objet de cet article est d'étudier les conditions optimales de financement d'un achat de logement en utilisant la théorie du cycle de vie. On détermine ainsi la date optimale d'achat, le taux d'apport personnel et la durée de remboursement du prêt, ceci pour un montant d'achat donné. On s'intéresse aussi aux modalités de financement obtenues pour toutes les dates d'achat conduisant à un investissement logement intéressant. Dans un premier modèle d'optimisation, l'agent peut emprunter sans restriction et rembourser le prêt sur une durée de son choix. Il apparaît que, lorsque l'agent achète relativement tôt au cours du cycle de vie, il souhaite emprunter plus que ce que les organismes de crédit accordent actuellement et sur une durée plus longue que celles ordinairement pratiquées. Aussi, dans un deuxième temps, le modèle est résolu en tenant compte des contraintes institutionnelles de financement, à savoir, une restriction sur le montant emprunté, sur la durée de l'emprunt et éventuellement, une constitution réglementée de l'apport personnel. La comparaison des deux optimisations (libre et contrainte) permet d'apprécier le rôle des contraintes institutionnelles et de les hiérarchiser. On présente également des simulations numériques permettant de décrire l'effet d'une baisse du taux d'emprunt, d'une hausse du prix relatif du logement, d'une modification de l'inflation et d'une variation du montant de l'achat. Enfin, on examine comment l'achat d'un logement modifie le profil de consommation d'un agent au cours du cycle de vie.*

Un premier article, présenté dans cette revue en Octobre 1988, traitait de l'arbitrage consommation - épargne au cours du cycle de vie en ignorant les spécificités de l'investissement logement, mais en tenant compte de l'existence de deux taux d'intérêt, l'un pour le placement de l'épargne, l'autre, plus élevé, pour l'emprunt à la consommation <sup>(1)</sup>. Le présent article introduit maintenant l'investissement logement, ce qui conduit à considérer au moins trois taux d'intérêt distincts : le taux du crédit à la consommation, le taux du crédit logement, le taux de placement de l'épargne. De plus, quand on s'intéressera à la réglementation de la constitution de l'apport personnel, interviendra un quatrième taux qui s'appliquera à l'épargne logement, et sera pris inférieur au taux de placement de l'épargne. Cette extension permet de comparer le cas d'un agent non acheteur de logement à celui d'un acheteur et de déterminer ainsi à quelles conditions l'investissement logement se révèle être intéressant.

Dans notre modélisation, l'achat de logement est traité comme un investissement. L'agent a deux produits de placement à sa disposition : l'épargne financière et le placement immobilier. Dans la réalité, il y a deux types d'acheteurs, ceux qui achètent un logement pour l'habiter et ceux qui achètent pour louer. Dans le deuxième cas, l'achat de logement correspond bien à un placement. Dans le premier cas, le critère de rentabilité passe sans doute après le désir de devenir propriétaire. La majorité des gens préfèrent habiter « chez eux » plutôt que de louer un logement équivalent. Cependant, si l'opération financière était très désavantageuse, ils ne la feraient pas. L'aspect financier intervient donc pour tous les types d'acheteurs et est objectivement modélisable. Le désir de propriété est plus subjectif. Cependant, nous verrons qu'il peut être représenté par le taux de préférence pour le présent. Un agent, très désireux d'accéder à la propriété, sera prêt à réduire sa consommation lorsqu'il est jeune pour épargner plus en vue de son achat. Il aura donc une préférence pour l'épargne ce qui se traduit par un taux de préférence pour le présent faible.

La problématique traitée ici est la suivante. L'acheteur potentiel cherche à acquérir un logement d'une surface donnée. Il peut le faire plus ou moins tôt dans le cycle de vie, en empruntant plus ou moins, sur une durée plus ou moins longue. Le modèle d'optimisation indique pour toutes les dates d'achat les conditions optimales de financement et détermine la date optimale d'achat. L'arbitrage sous jacent à la modélisation est un arbitrage entre le taux interne de rentabilité de l'investissement logement et les contraintes de liquidité qu'il engendre. Un agent subit des contraintes de liquidité quand il est obligé de limiter sa consommation présente au profit de sa consommation future. Ainsi, un agent qui achète tôt dans le cycle de vie devra restreindre sa consommation quand il est jeune, pendant une période assez longue, précédant et suivant l'achat. S'il achète tard, il aura eu

---

(1) L'exposé du modèle théorique est paru dans la revue *Annales*, F. Charpin (1989).

le temps d'épargner sans limiter sa consommation et son achat ne le contraindra pas. Cependant, plus il attend pour réaliser son projet, plus la rentabilité de ce projet diminue. Pour une date d'achat donnée, la rentabilité du projet et les contraintes de liquidité qu'il engendre vont aussi dépendre du taux d'apport personnel et de la durée de l'emprunt, ce qui explique qu'on puisse déterminer de manière optimale ces deux variables. Le taux interne de rentabilité augmente quand la durée de remboursement diminue. Mais un agent qui achète tôt dans le cycle de vie cherchera à limiter ses contraintes de liquidité en empruntant sur une durée très longue.

### **Description du modèle**

Le modèle d'optimisation retenu est un modèle de cycle de vie <sup>(2)</sup> présenté dans l'encadré 1. L'agent maximise les utilités des consommations de chaque période actualisées par le taux de préférence pour le présent. Soit  $\beta_t$  le facteur d'actualisation de la période  $t$ ,  $U$  la fonction d'utilité et  $C_t$  la consommation de la période  $t$ . L'agent maximise  $\sum_1^T \beta_t U(C_t)$  où  $T$  est la durée de vie. Les variables sur lesquelles porte la maximisation sont précisées dans l'encadré 1 : elles varient selon l'agent (acheteur ou non acheteur). La définition de la consommation  $C$  est celle usuellement retenue, c'est-à-dire la consommation totale, y compris les dépenses d'habitation. Ces dépenses d'habitation comprennent le loyer si l'agent est locataire, un loyer fictif si l'agent est propriétaire, le chauffage, l'électricité, l'eau, la taxe d'habitation etc. Nous procédons comme en comptabilité nationale : les propriétaires se versent à eux-mêmes un loyer fictif qui figure à la fois dans leur consommation et dans leur revenu.

Pour pouvoir comparer le non acheteur à l'acheteur, il faut bien sûr qu'ils aient les mêmes revenus du travail, qu'ils raisonnent avec les mêmes taux d'intérêt et que les héritages reçus et laissés soient identiques. Notons  $Y_t$  le revenu réel du travail de la période  $t$  (c'est un revenu disponible, hors impôts et cotisations). Soient  $r$ ,  $r_b$  et  $r_e$  les taux réels de placement de l'épargne, du crédit à la consommation et du crédit logement. Tous ces taux, ainsi que ceux introduits par la suite, sont supposés constants. Nous supposons que l'acheteur laisse son logement en héritage; pour être comparable, le non acheteur doit donc laisser un héritage financier de la même valeur. Nous faisons l'hypothèse que les deux agents ne reçoivent pas d'héritage ou, ce qui revient au même, que s'ils en reçoivent un au cours de leur vie, ils en légueront à leurs descendants la valeur capitalisée. Autrement dit, cet héritage reçu ne peut servir ni à accroître la consommation, ni à investir dans le logement. Nous considérerons cependant à la fin de

---

(2) Nous le décrivons très brièvement ici. Le modèle théorique et ses propriétés sont présentés dans « Liquidity constraints induced by housing purchase » A. Babeau et F. Charpin (1993).

l'article le cas fréquent d'un agent qui reçoit, au moment de son achat, une somme d'argent (de sa famille par exemple) qui va faciliter son accession à la propriété <sup>(3)</sup>.

Considérons d'abord le cas du non acheteur. Désignons par  $A$  son actif financier. En début de période  $t$ , l'agent est soit créateur ( $A_t \geq 0$ ), soit débiteur ( $A_t < 0$ ). S'il est créateur, il recevra durant la période  $t$  les intérêts  $rA_t$ ; s'il est débiteur, il versera les intérêts  $-r_b A_t$ . Pour décrire l'évolution de l'actif  $A$  entre les périodes  $t$  et  $(t+1)$  par une seule équation quel que soit le signe de  $A$ , on introduit une variable supplémentaire  $B_t > 0$  désignant l'endettement pour la consommation. Si l'agent est endetté pour la consommation, on a alors  $A < 0$  et  $A = -B$ ; sinon  $A \geq 0$  et  $B = 0$ . L'évolution de l'actif  $A$  est donnée par l'équation (1) de l'encadré 1,  $A$  et  $B$  devant respecter conditions de signe (2). A la fin de la vie, c'est-à-dire au début de la période  $(T+1)$ , l'agent laisse un héritage  $A_{T+1}$  égal à la valeur du logement  $X_{T+1}$  de l'acheteur.

Considérons maintenant le cas de l'acheteur. A la date  $s$  (ici au début de la période  $s$ ), l'agent veut acquérir un logement de taille  $\bar{X}$  dont la valeur en termes réels <sup>(4)</sup> est  $X_s$  ( $X_s$  est égal à la surface  $\bar{X}$  multipliée par le prix relatif du  $m^2$ ). Dans la majorité de nos simulations numériques, le prix relatif du logement sera constant ( $X_c = X$  pour toutes dates  $c$ ); mais dans quelques unes, il augmentera au rythme de 0,5% l'an.

Pour devenir propriétaire d'un logement de valeur réelle  $X_s$ , l'agent doit verser  $(1+f)X_s$  où  $fX_s$  représente les frais d'achat (10% dans la suite). Il aura généralement recours à l'emprunt. Si  $0 \leq q \leq 1$  désigne le taux d'apport personnel <sup>(5)</sup>, l'agent empruntera à la date  $s$  le montant  $(1-q)(1+f)X_s$ . Il doit rembourser son prêt sur une durée de  $v$  années par annuités constantes.

Le calcul de l'annuité est effectué par les organismes de prêt sur la base d'un taux nominal. Nous allons faire de même. Soit  $i_e$  le taux nominal du crédit logement,  $r_e$  le taux réel et  $\pi$  le taux d'inflation, où  $(1+i_e) = (1+r_e)(1+\pi)$ . Les annuités sont versées en fin de périodes  $s, \dots, s+v-1$ . L'annuité nominale constante  $\bar{R}$  calculée par l'organisme de prêt et les annuités réelles  $R_t$  correspondantes sont données par les équations (3) de l'encadré 1.

Avant la date d'achat, l'agent dispose du revenu de son travail  $Y_t$  pour consommer ou épargner. Ensuite, il aura, en moins, les remboursements de son emprunt et, en plus, les loyers (fictifs ou réels selon qu'il habite ou non le logement acheté). Soit  $r_x$  le taux de location d'un

---

(3) Un ménage qui accède à la propriété est en général trop jeune pour avoir hérité.

(4) « termes réels » signifie ici déflaté par l'indice des prix à la consommation

(5) Ce taux est calculé en incluant les frais d'achat.

ENCADRÉ 1 : LE MODÈLE

MODELE DU NON ACHETEUR

$$\text{Max}_{C, A, B} J^0 = \sum_{t=1}^T \beta_t U(C_t)$$

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1 = B_1 = 0 \\ A_{t+1} = (1+r)A_t - (r_b - r) B_t + Y_t - C_t \end{array} \right. \quad t=1 \dots T$$

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_{T+1} = X_{T+1} \\ B_t \geq 0 \quad \text{et} \quad A_t + B_t \geq 0 \end{array} \right. \quad t=2, \dots, T$$

MODELE DE L'ACHETEUR

• Annuités nominales et réelles :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{R} = (1-q)(1+f) X_s \frac{i_e}{1-(1+i_e)^{-v}} \quad \text{et} \\ R_t = \frac{\bar{R}}{(1+\pi)^{t-(s-1)}} \quad t=s, \dots, s+v-1 \end{array} \right.$$

• Revenu de l'agent :

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_t = Y_t \quad t=1, \dots, s-1 \\ Z_t = Y_t - R_t + r_X X_t \quad t=s, \dots, s+v-1 \\ Z_t = Y_t + r_X X_t \quad t=s+v, \dots, T \end{array} \right.$$

• Problème d'optimisation de l'agent :

$$\text{Max}_{C, A, B, q, s, v} J = \sum_{t=1}^T \beta_t U(C_t)$$

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1 = B_1 = 0 \\ A_{t+1} = (1+r)A_t - (r_b - r) B_t + Z_t - C_t \quad t \neq s \\ A_s \geq q(1+f)X_s \quad \text{avec} \quad 0 \leq q \leq 1 \\ A_{s+1} = (1+r)[A_s - q(1+f)X_s] + Z_s - C_s \\ A_{T+1} = B_{T+1} = 0 \end{array} \right.$$

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} B_t \geq 0 \quad \text{et} \quad A_t + B_t \geq 0 \end{array} \right. \quad t=2, \dots, T$$

• Evolution de l'endettement logement D :

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} D_t = 0 \quad t \leq s-1 \\ D_s = (1-q)(1+f)X_s \\ D_{t+1} = (1+r_e)D_t - R_t \quad t=s, \dots, s+v-1 \\ D_t = 0 \quad t \geq s+v \end{array} \right.$$

• Actif financier total AF et actif total (financier et immobilier) AT :

$$(8) \quad AF_t = A_t - D_t \quad \text{et} \quad AT_t = A_t - D_t + \mathbf{1}_{t \geq s} X_t$$

logement. En termes réels, les loyers sont égaux à  $r_x X_t$  ( $t \geq s$ ) si le prix relatif du logement augmente, et à  $r_x X$  sinon. On peut donner une expression générale de l'évolution de l'actif financier de l'agent entre les périodes  $t$  et  $(t+1)$  en introduisant le revenu  $Z$  (équation (4) de l'encadré 1) égal au revenu  $Y$  net des remboursements d'emprunt et augmenté des intérêts du placement immobilier (les loyers).

Désignons par  $A_t$  l'actif financier de l'agent, hors endettement pour le logement. Dans un premier temps, on suppose que la constitution de l'apport personnel n'est pas réglementée. L'agent place l'ensemble de son épargne au taux  $r$ . Au début de la période  $s$ , son actif financier  $A_s$  doit être au moins égal à son apport personnel. L'évolution de l'actif financier  $A$  est donnée dans l'encadré 1 par le système d'équations (5) et les conditions de signe (6). Comme indiqué dans l'encadré 1, les variables endogènes sont :  $C, A, B, q, s$  et  $v$ . Le problème d'optimisation du non acheteur est un cas particulier de celui de l'acheteur où :  $s=T+1, q=1, v=0$  et  $f=0$ .

Par ailleurs, l'agent est endetté pour le logement. Soit  $D > 0$  cet endettement. Son évolution est donnée par le système d'équations (7) de l'encadré 1. L'actif financier total de l'agent, noté  $AF$ , et son actif total (financier et immobilier), noté  $AT$ , sont définis par les équations (8).

Pour la fonction d'utilité, les facteurs d'actualisation  $\beta_t$ , et le revenu du travail, on retient les mêmes spécifications que celles de l'article d'Octobre 1988. Nous les rappelons brièvement dans l'encadré 2. La fonction d'utilité de chaque période est une fonction CES d'élasticité intertemporelle de substitution égale à  $1/3$  (équation 9, encadré 2). Avec ce choix, les fonctions objectifs des agents ( $U^o$  et  $U$ ) n'ont pas d'interprétation concrète. Cependant, moyennant une transformation strictement croissante  $f$ , on obtient une fonction  $W=f(U)$  (équation (10), encadré 2) qui s'interprète en terme de consommation annuelle moyenne (moyenne pondérée d'ordre  $-2$ ). Or, dans notre problème d'optimisation où les contraintes sont linéaires, il est équivalent de maximiser  $U$  ou  $W=f(U)$ . Avec  $W$ , la comparaison de l'acheteur et du non acheteur se fera en termes de gain relatif (ou perte) de consommation annuelle moyenne, soit  $(W-W^o)/W^o$ .

Le taux de préférence pour le présent prend deux valeurs sur le cycle de vie: il est égal à  $\delta < r$  durant la période d'activité et égal à  $r$  au cours de la retraite. Les facteurs d'actualisation  $\beta_t$  sont alors donnés par les équations (11) de l'encadré 2. Il est naturel de choisir un taux de préférence pour le présent plus élevé quand l'agent est âgé : le temps lui restant à vivre étant plus court, il préférera ne pas repousser sa consommation à plus tard. Avec cette spécification, la consommation croît durant la période d'activité, mais reste constante durant la retraite.

ENCADRÉ 2

• Fonction d'utilité  $U(C)$  :

(9)  $U(C) = \frac{1}{1-a} C^{1-a}$  avec  $a=3$ , soit  $U(C) = -\frac{1}{2} C^{-2}$

• Fonctions objectifs  $\bar{J}$  et  $\bar{V}$  :

Soit  $\bar{V} = [\sum \alpha_t C_t^{-2}]^{-1/2}$

la moyenne d'ordre (-2) des consommations  $C_1, \dots, C_T$  pondérées par les coefficients  $\alpha_t$  ( $\alpha_t = \beta_t / \sum \beta_t$ ). On a :

(10)  $\bar{V} = \sqrt{\frac{\sum \beta_t}{-2J}}$

et on passe de  $\bar{J}$  à  $\bar{V}$  par une fonction  $f$  strictement croissante.

• Facteurs d'actualisation des agents :

(11) 
$$\left| \begin{array}{ll} \beta_t = \frac{1}{(1+\delta)^t} & t = 1, \dots, n \\ \beta_t = \frac{1}{(1+\delta)^n (1+r)^{t-n}} & t = (n+1), \dots, T \end{array} \right.$$

• Taux interne de rentabilité :

Le calcul présente une difficulté puisque l'on ne peut pas comparer directement les taux interne de rentabilité de projets d'investissement de longueurs différentes. Ici, les projets commencent en  $s$  ( $s=1, \dots, T$ ) et finissent en  $[T+1]$ . Nous allons ramener tous les projets à la période  $[1, T+1]$  en procédant ainsi : au lieu d'inclure dans le calcul l'apport personnel à la date  $s$ , on suppose que l'agent constitue cet apport en épargnant, à partir de la date 1 et jusqu'à la date  $(s-1)$ , une somme constante  $V$  chaque année. Remarquons que la réalité se situe entre les deux calculs car en général l'agent commence à épargner quelques années avant l'achat pour constituer son apport personnel. Avec notre convention, le taux  $\bar{r}_x$  est la solution de l'équation suivante

$$-\sum_{t=1}^{s-1} \frac{V}{(1+\bar{r}_x)^t} - \sum_{t=s}^{s+v-1} \frac{R_t}{(1+\bar{r}_x)^t} + \sum_{t=s}^T \frac{r_x X}{(1+\bar{r}_x)^t} + \frac{X}{(1+\bar{r}_x)^T} = 0$$

Epargne
Rembour-
Rapport de
Valeur  
initiale
sements
l'investissement
terminale

où  $V$  vérifie :

$$\sum_{t=1}^{s-1} \frac{V}{(1+r)^t} = \frac{q(1+f) X}{(1+r)^{s-1}}$$

Le profil du revenu du travail  $Y$  des deux agents est concave <sup>(6)</sup> et croissant avec l'âge, donné par la formule suivante :

$$Y_t = \mu (1-\lambda)^{t-1} + 1-\mu \quad t=1, \dots, n \quad \lambda > 0 \text{ et } \mu < 0$$

où  $n$  est la longueur de la période d'activité (38 ans dans la suite). Pendant la retraite, l'agent reçoit une pension constante égale à une fraction  $w$  de son dernier revenu d'activité :

$$Y_t = w Y_n \quad t=n+1, \dots, T$$

### Choix des variables exogènes

L'agent vit  $T=53$  périodes. Disons qu'en  $t=1$ , il a 22 ans, qu'il est à la retraite à l'âge de 60 ans ( $t=n+1$ ) et qu'à la fin de la vie (début  $T+1$ ) il a 75 ans. Pour passer d'une date du cycle de vie à l'âge de l'agent, on ajoute 21. Les paramètres définissant le profil du revenu  $Y$  sont :

$$\lambda=0,05 \quad \mu=-1,24 \quad w=0,7$$

Ils sont choisis pour représenter l'acheteur moyen, un peu plus riche que l'agent moyen, comme on peut le constater en consultant les enquêtes logement de l'INSEE (1988). Remarquons qu'il est très difficile de se faire une idée précise sur l'accédant moyen à la propriété dans les années quatre vingt dix. En effet, la dernière enquête logement de l'INSEE qui a fait l'objet d'une publication détaillée (en 1988) porte sur les accédants à la propriété entre 1980 et 1984. On trouve quelques informations plus récentes, mais très partielles, dans la revue *Economie et Statistique* (1991), portant cependant sur les accédants à la propriété entre 1985 et 1988. Toutes ces informations sont trop anciennes pour être véritablement utiles pour notre propos. Lorsque le prix relatif du logement reste constant, la valeur du logement acheté est égal à  $X=5$ . En terme de revenu annuel, le montant représente plus de 3 fois le revenu <sup>(7)</sup> annuel de l'agent s'il achète tôt dans le cycle de vie, environ 2,5 fois s'il achète au milieu du cycle de vie. Les enquêtes logement <sup>(8)</sup> font apparaître un facteur d'environ 3. Lorsque le prix relatif du logement augmente de 0,5% l'an, alors c'est la valeur du logement à la fin de la vie qui vaut 5 ( $X_{T+1}=5$ ).

Dans les simulations numériques de base, les valeurs choisies pour les paramètres <sup>(9)</sup> sont :

---

(6) Ainsi, le taux de croissance du revenu diminue avec l'âge.

(7) Il s'agit du revenu avant impôts, soit  $(Y/0,85)$  en prenant un taux d'imposition de 15%.

(8) CREP, Observatoire permanent du financement de l'immobilier par les ménages, Rapport mai 1993.

(9) Les taux d'intérêt sont des taux réels.



$$(1) \quad \left| \begin{array}{ll} r=3\% & r_b=12,5\% & \delta=1,5\% & (\text{ou } \delta=0\%) \\ r_e=5,5\% & r_x=5\% & & \\ \pi=3,5\% & & & \end{array} \right.$$

Pour représenter l'agent qui a une préférence pour l'épargne, on retient  $\delta=0$ . Après avoir présenté la résolution du modèle dans ce cas numérique de base, on envisagera des modifications de la plupart des paramètres.

On peut trouver le taux de location  $r_x$  un peu élevé <sup>(10)</sup>. Cependant nous avons voulu nous placer dans des conditions telles que l'investissement logement soit intéressant pour l'agent. Il le sera d'ailleurs assez peu (en termes de gain de consommation annuelle moyenne) étant donné la valeur élevée du taux d'emprunt. Une condition nécessaire pour que l'agent décide d'acheter un logement est que le taux interne de rentabilité de cet investissement, noté  $\bar{r}_x$ , soit supérieur au taux d'intérêt  $r$  (on a  $r_x > \bar{r}_x > r$ ). Mais il faut en plus que l'achat corresponde à un gain d'utilité ( $U > U^0$ ) car il implique des contraintes sur la consommation. Nous indiquons dans l'encadré 2 comment obtenir un ordre de grandeur du taux interne de rentabilité. Pour  $r_e$  et  $r_x$  donnés, il varie avec la date d'achat  $s$ , la durée de l'emprunt  $v$  et le taux d'apport personnel  $q$ , soit  $\bar{r}_x(s,v,q)$ . La fonction  $\bar{r}_x(s,v,q)$  est décroissante en  $s$  et  $v$ , et non monotone en  $q$  mais peu sensible aux variations de  $q$  relativement à celles de  $s$  et  $v$ . Avec les valeurs numériques (1), ce taux varie entre 3 et 4%. Si  $r_x$  vaut 4%, il est en général inférieur à 3% et ne dépasse 3% que pour une plage très réduite de valeurs du couple  $(s,v)$ .

Dans la réalité, les investisseurs en logement comptent plus sur les plus values que sur le rapport locatif. Lorsque nous ferons croître le prix relatif du logement de 0,5% l'an, nous l'associerons à un taux locatif de 4,5%<sup>(11)</sup>. En ce qui concerne les agents qui achètent un logement pour l'habiter, il est clair que la rentabilité de leur investissement n'est pas le premier critère. Ils pensent cependant ne pas être perdant à long terme.

## Description des solutions

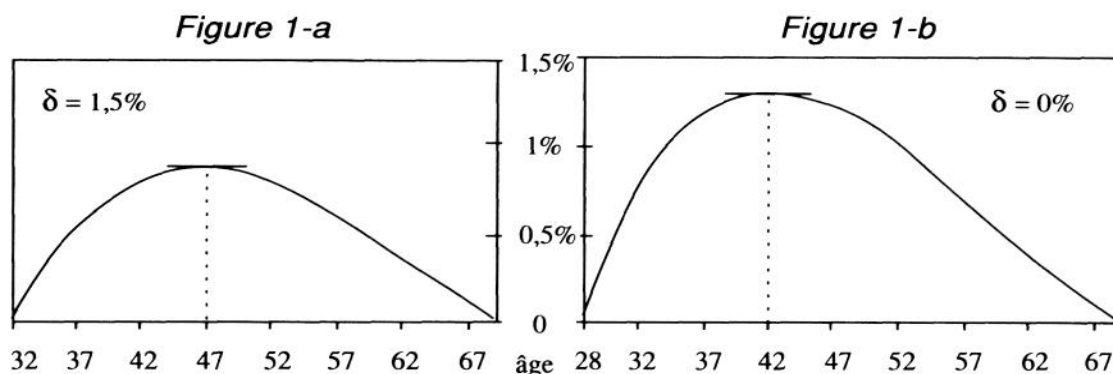
On résout le problème du non acheteur de logement, puis celui de l'acheteur pour toutes dates  $s$ . Cette résolution est difficile car elle ne peut pas être réalisée avec un logiciel. Il faut donc trouver la solution

(10) En fait, le taux effectif n'est que de  $rx/(1+f)$ , soit 4,5%, puisque pour avoir  $X$  l'agent doit verser  $(1+f)X$ .

(11) soit un taux effectif de  $(4,5/1,1)=4,1\%$ .

théorique (qui varie avec la date d'achat) et la programmer. Pour connaître la date optimale d'achat ainsi que les dates d'achat pour lesquelles l'agent gagne en utilité à devenir propriétaire, il faut examiner la fonction  $V(s)$  et la comparer à  $V^0$ . On a représenté sur la figure (1-a) les variations relatives  $[(V(s)-V^0)/V^0]$  en fonction de l'âge de l'agent ( $s+21$ ), lorsqu'elles étaient positives, c'est à dire l'augmentation (en %) de la consommation annuelle moyenne de l'agent lorsqu'il devient propriétaire.

Figures 1: gain (en %) de consommation annuelle moyenne d'un acheteur selon l'âge d'accession à la propriété



La figure (1-a) montre que l'âge optimal d'achat est 47 ans, et que l'achat est intéressant de 32 à 69 ans. Le gain de consommation annuelle moyenne est faible, toujours inférieur à 1% (0,9% au maximum). A titre de comparaison, un non acheteur gagnerait 1% de consommation annuelle moyenne si le taux réel de placement  $r$  passait de 3% à 3,7% (toutes choses égales par ailleurs, en particulier sans variation du taux du crédit à la consommation). Nous verrons ultérieurement que l'âge optimal d'achat <sup>(12)</sup> peut être nettement plus faible en modifiant les valeurs numériques (1), en particulier en baissant le taux d'emprunt logement <sup>(13)</sup>. Mais il peut l'être également en jouant sur le taux de préférence pour le présent de l'agent. En effet plus ce taux  $\delta$  est faible, plus l'agent a une préférence pour l'épargne et plus il va accepter facilement de restreindre sa consommation lorsqu'il est jeune pour acheter un logement. Sur la figure (1-b), on a reporté l'augmentation (en %) de la consommation annuelle moyenne d'un agent dont le taux de préférence pour le présent <sup>(14)</sup> est  $\delta=0\%$  (le non acheteur a alors le même taux  $\delta=0$ ). L'âge optimal d'achat baisse de 5 ans par rapport au cas précédent, soit 42 ans, et l'achat est

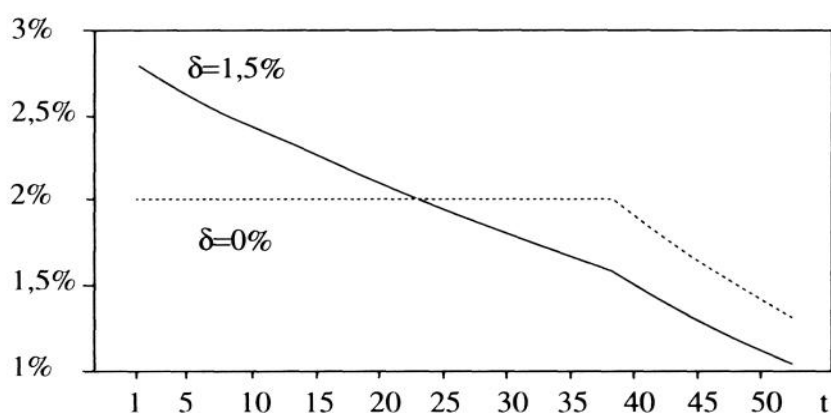
(12) En France, l'âge moyen d'accession à la propriété est d'environ 37 ans.

(13) Dans les années 90, étant donné les valeurs élevées des taux d'intérêts, il y a eu un ralentissement très net de l'investissement logement. Dans notre modèle, cela se traduit par un recul de l'âge optimal d'achat.

(14) Il s'agit du taux de préférence pour le présent durant la période d'activité car, durant la retraite, ce taux est de  $r=3\%$  dans tous les cas.

intéressant de 28 à 69 ans, soit quatre ans plutôt que précédemment. Le gain maximum de consommation annuelle moyenne est un peu plus élevé (1,3%) ce qui est normal car, dans la fonction objectif, les coefficients de pondération des consommations  $C_t$  sont plus faibles en début de cycle de vie que lorsque  $\delta=1,5\%$ . Sur la figure 2, nous avons reporté les coefficients de pondération  $\alpha_t = \beta_t / \sum \beta_t$  de la fonction objectif pour les deux valeurs de  $\delta$  (15). Comme l'achat d'un logement implique une réduction de la consommation quand on est jeune au profit de la consommation quand on est plus âgé, le profil des coefficients de pondération explique que le gain d'utilité soit par construction plus fort quand  $\delta=0$ .

Figure 2 : coefficients de pondération de la consommation annuelle moyenne selon  $\delta$ .



Intéressons nous maintenant au financement optimal du logement lorsque l'achat est intéressant (de 32 à 69 ans pour  $\delta=1,5\%$  et de 28 à 69 ans pour  $\delta=0\%$ ). Etant donné l'âge d'achat ( $s+21$ ), le tableau 1 donne le taux optimal d'apport personnel  $q_s$ , la durée optimale de remboursement du prêt logement  $v_s$  et le coefficient charges-ressources  $k_s$  qui en résulte. Ce coefficient  $k_s$  est le rapport de l'annuité de remboursement nominale  $\bar{R}$  au dernier revenu nominal de l'agent précédant l'achat. On sait que les organismes de crédit accordent des prêts en se référant à ce coefficient : le premier remboursement ne doit pas dépasser 30 à 33% du revenu net avant impôts, selon les organismes (et selon le client à qui on fait crédit). Avec un revenu  $Y$  net d'impôts et un taux d'imposition de 15%, le coefficient de référence  $k$  des organismes de crédit se situe entre 35 et 39%. Comme les paramètres ( $q_s$ ,  $v_s$ ,  $k_s$ ) varient régulièrement en fonction de  $s$ , nous ne donnons pas dans le tableau 1 leurs valeurs pour tout  $s$ , mais pour  $s$  variant avec un pas de 2, puis un pas de 5.

(15) Les deux moyennes pondérées selon  $\delta$  n'ayant pas les mêmes coefficients de pondération ne sont pas comparables; c'est pourquoi elles n'ont pas été reportées sur le même graphique.

D'une manière générale, et comme on pouvait s'y attendre, le taux d'apport personnel augmente avec l'âge, tandis que la durée du prêt et le coefficient charges-ressources diminuent. Si l'agent a une préférence pour l'épargne plus marquée ( $\delta=0$ ), son taux d'apport personnel est plus élevé au même âge, et donc, la durée du prêt et le coefficient charges-ressources plus faibles.

Quand l'agent achète un logement tôt dans le cycle de vie (avant 35 ans ou avant 32 ans selon  $\delta$ ), le comportement optimal est d'emprunter la totalité de l'investissement logement ( $q_s=0$ ) et de rembourser le prêt sur une durée très longue (de 24 à 21 ans). En effet, au début du cycle de vie l'agent a peu de ressources disponibles et constituer un apport personnel limiterait trop sa consommation avant l'achat. Et, pour ne pas trop la contraindre après l'achat, l'agent choisit une durée de remboursement très longue. Le coefficient charges-ressources qui en résulte vaut environ 39% (si  $\delta=1,5\%$ ), ce qui est raisonnable, mais dépasse 40% lorsque  $\delta=0$ . Les durées de prêt optimales excèdent la durée ordinairement accordée par les organismes de prêt (15 ans) mais sont encore acceptables, le Crédit foncier allant jusqu'à 25 ans.

Quand l'agent réalise son investissement logement entre 35 et 56 ans si  $\delta=1,5\%$ , et entre 32 et 53 ans si  $\delta=0\%$ , le comportement optimal est de constituer un apport personnel. Ce taux croît avec l'âge, car plus l'agent achète tard, plus il a le temps d'épargner pour le logement sans contraindre sa consommation. Ainsi, plus l'âge augmente, moins il emprunte, et plus la durée de remboursement diminue (elle passe de 20 ans à 1 an). Ceci résulte d'un arbitrage entre le coût de l'emprunt et les contraintes de liquidité. L'agent cherche à limiter les charges d'intérêt sans toutefois contraindre sa consommation par des remboursements élevés. On remarque que le coefficient charges-ressour-

**1. Conditions optimales de financement d'un logement selon l'âge d'achat et selon le taux de préférence pour le présent**

| $\delta = 1,5 \%$ |       |       |       | $\delta = 0 \%$ |       |       |       |
|-------------------|-------|-------|-------|-----------------|-------|-------|-------|
| âge               | $q_s$ | $v_s$ | $k_s$ | âge             | $q_s$ | $v_s$ | $k_s$ |
| s+21              | en %  | ans   | en %  | s+21            | en %  | ans   | en %  |
| 32                | 0     | 24    | 39,4  | 28              | 0     | 24    | 44,9  |
| 34                | 0     | 21    | 39,1  | 30              | 0     | 23    | 42,4  |
| 36                | 4,2   | 19    | 37,2  | 32              | 3,5   | 19    | 41,2  |
| 38                | 10,3  | 17    | 35,1  | 34              | 10,3  | 17    | 38,1  |
| 40                | 16,9  | 15    | 33,3  | 36              | 17,5  | 15    | 35,5  |
| 42                | 23,6  | 13    | 32,0  | 38              | 24,6  | 13    | 33,6  |
| 47                | 41,5  | 9     | 28,8  | 40              | 32,7  | 11    | 31,9  |
| 52                | 68,2  | 4     | 27,7  | 42              | 41,5  | 9     | 30,5  |
| s≥57              | 100   | —     | —     | 47              | 64,1  | 5     | 27,2  |
|                   |       |       |       | 52              | 85,0  | 2     | 24,0  |
|                   |       |       |       | s≥54            | 100   | —     | —     |

q : taux d'apport personnel    v : durée du prêt    k : coefficient charges-ressources

ces qui résulte de ce comportement optimal varie relativement peu, passant de 40% à 24% (quel que soit  $\delta$ ). L'âge optimal d'achat (47 ou 42 ans selon  $\delta$ ) résulte d'un arbitrage entre contraintes de liquidité, coût de l'emprunt et taux interne de rentabilité de l'investissement logement. Plus l'agent achète tard dans le cycle de vie, moins il contraint sa consommation, plus il limite les coûts d'emprunt, mais plus la rentabilité interne de son placement diminue. A l'âge optimal, le taux optimal d'apport personnel est de 41,5% et la durée de remboursement du prêt est de 9 ans (quel que soit  $\delta$ ); le coefficient charges-ressources est égal à 28,8% si  $\delta=1,5\%$  et 30,5% si  $\delta=0$ .

Quand l'agent achète un logement tard dans le cycle de vie (à partir de 57 ans si  $\delta=1,5\%$  et de 54 ans si  $\delta=0$ ), le comportement optimal est de ne pas emprunter ( $q_s=1$ ). Il a en effet le temps d'épargner la somme nécessaire sans limiter sa consommation.

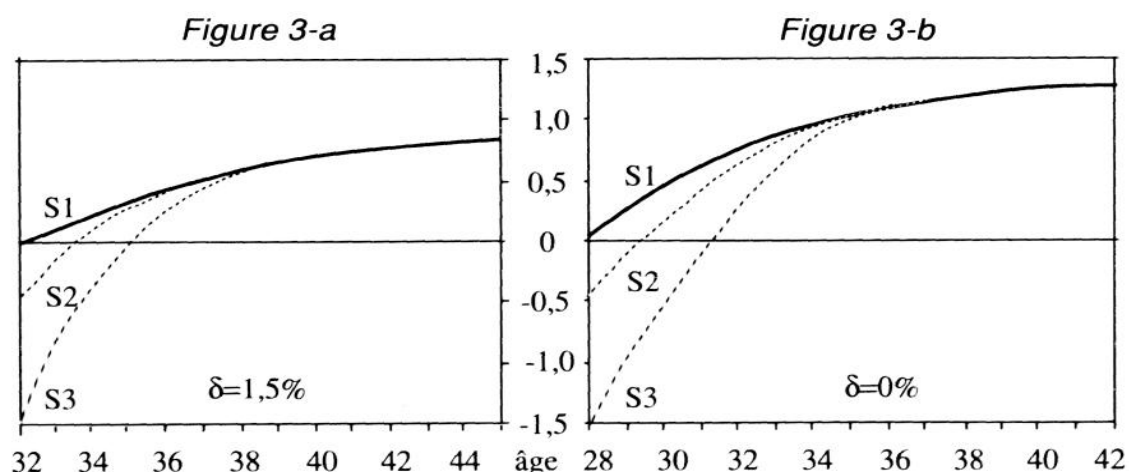
### Limitation de la durée du prêt et du montant emprunté

Nous allons considérer dans ce paragraphe deux contraintes institutionnelles : la limitation de la durée des prêts et celle du montant emprunté par le biais du coefficient charges-ressources. Trois situations vont être comparées :

- (S1) absence de contraintes institutionnelles
- (S2) coefficient charges-ressources  $k_s \leq 35\%$  et durée du prêt  $v_s \leq 20$  ans
- (S3) coefficient charges-ressources  $k_s \leq 35\%$  et durée du prêt  $v_s \leq 15$  ans

Actuellement, choisir une durée d'emprunt de 20 ans est possible auprès d'un certain nombre d'organismes de prêts, sans condition d'apport personnel minimal. Le Crédit foncier, qui permet une durée de 25 ans, demande toutefois un apport personnel d'environ 20%. Cependant, la durée de 15 ans reste la durée maximale courante.

Figures 3 : Effets des contraintes institutionnelles sur le gain de consommation annuelle moyenne



Comme le montre le tableau 1, ces diverses contraintes ne sont effectives que lorsque l'agent achète tôt dans le cycle de vie (avant 40 ans, tous cas confondus). Aussi, sur les figures (3-a) et (3-b), on a reporté le gain (ou la perte) d'utilité de l'acheteur par rapport au non acheteur dans les trois situations.

Dans la situation courante (S3) où  $v_s \leq 15$  ans et  $k_s \leq 35\%$ , la perte d'utilité aux âges de 32 ans (si  $\delta=1,5\%$ ) et de 28 ans (si  $\delta=0$ ) atteint 1,5%. L'investissement logement devient intéressant pour des âges plus tardifs qu'en l'absence de contraintes institutionnelles : à partir de 35 ans si  $\delta=1,5\%$  et à partir de 32 ans si  $\delta=0$ . L'agent bute sur ces deux contraintes s'il achète avant 40 ans si  $\delta=1,5\%$  et avant 37 ans si  $\delta=0$ . Dans ce cas, le taux d'apport personnel est déterminé par les deux contraintes  $v_s=15$  ans et  $k_s=35\%$ . Nous en donnons les valeurs dans le tableau 2.

Lorsque la durée maximale des prêts est portée à 20 ans (S2), les contraintes institutionnelles sont nettement moins pesantes et banaliser cette durée permettrait d'accéder plus tôt à la propriété.

Tableau 2 : taux d'apport personnel selon l'âge d'achat quand  $v_s=15$  ans,  $k_s=35\%$  et  $r_e=5,5\%$

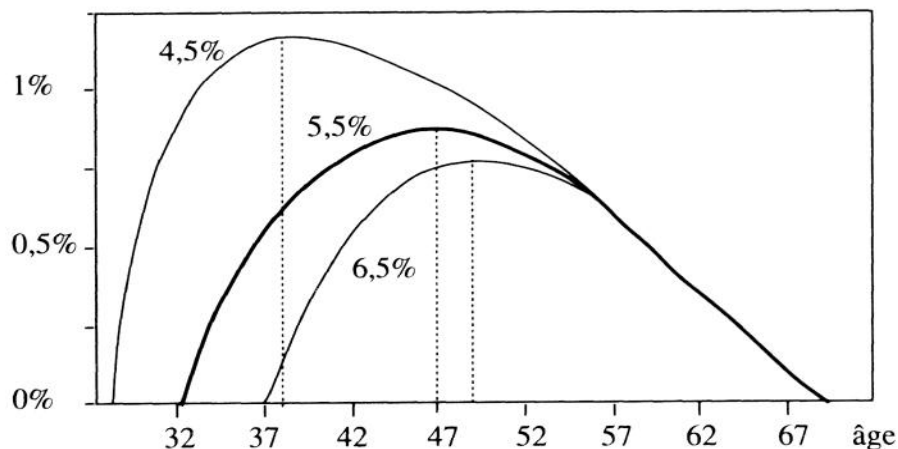
| âge d'achat                    | 32   | 33   | 34   | 35   | 36   | 37   | 38   | 39   |
|--------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| taux d'apport personnel (en %) | 26,0 | 24,0 | 22,2 | 20,4 | 18,7 | 17,1 | 15,5 | 14,1 |

### Sensibilité au taux d'emprunt

Examinons les effets d'une variation de  $\pm 1$  point du taux réel d'emprunt logement  $r_e$  (soit  $r_e=4,5\%$  et  $r_e=6,5\%$ ). Pour limiter des résolutions numériques difficiles à obtenir, nous avons considéré uniquement le cas où le taux de préférence pour le présent de l'agent est égal à 1,5%. Un taux  $r_e$  de 4,5% est, ici, une borne inférieure encore acceptable dans la mesure où le taux interne de rentabilité de l'investissement logement reste inférieur à ce taux. Sur la figure 4, on a reporté le gain de consommation annuelle moyenne par rapport au non acheteur selon l'âge d'achat et selon le taux d'emprunt.

On voit qu'une baisse de 1 point du taux d'emprunt a un effet considérable : l'âge optimal d'achat avance de 9 ans et le gain maximal d'utilité dépasse 1%. Les âges optimaux d'achat sont respectivement égaux à 38 ans ( $r_e=4,5\%$ ), 47 ans ( $r_e=5,5\%$ ) et 49 ans ( $r_e=6,5\%$ ). L'âge optimal est évidemment une fonction croissante de  $r_e$ . Les effets d'une variation de  $\pm 1$  point ne sont pas symétriques, ce qui est normal. En

Figure 4 : Gain de consommation annuelle moyenne selon l'âge d'achat et selon le taux d'emprunt



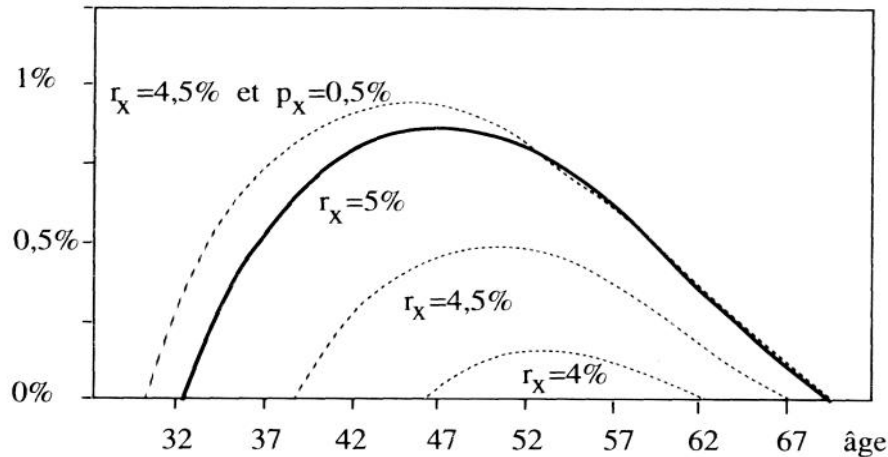
effet lorsque  $r_e$  passe de 5,5% à 6,5%, l'âge optimal d'achat, déjà tardif quand  $r_e=5,5\%$ , varie assez peu car l'agent emprunte relativement peu (taux d'apport personnel supérieur à 40%). Par contre, lorsque l'agent achète tôt dans le cycle de vie en empruntant énormément, une réduction de 1 point du taux d'emprunt a un effet considérable. Examinons les conditions optimales de financement pour  $r_e=4,5\%$ . A l'âge optimal de 38 ans, le taux optimal d'apport personnel est nul, la durée optimale du prêt est de 18 ans et le coefficient charges-ressources  $k_s$  de 35,6%. On peut considérer que ce plan de financement est réalisable, au moins auprès de certains organismes de crédit. Si on ajoute les contraintes  $v_s \leq 15$  ans et  $k_s \leq 35\%$ , l'âge optimal d'achat passe à 40 ans avec un taux d'apport personnel de 7,1%.

### Sensibilité au taux de location et au prix relatif du logement

Sur la figure 5, nous avons reporté le gain de consommation annuelle moyenne lorsqu'on devient propriétaire : dans le cas de référence (1), dans les cas où le taux de location  $r_x$  valent respectivement 4% et 4,5%, et lorsque le taux de location  $r_x$  vaut 4,5% et le prix relatif du logement croît de 0,5% l'an. On observe sur la figure 5 que la baisse du taux  $r_x$  diminue très nettement le gain d'utilité de l'agent, augmente l'âge optimal d'achat (47 ans si  $r_x=5\%$ , 50 ans si  $r_x=4,5\%$  et 53 ans si  $r_x=4\%$ ), et accroît l'âge à partir duquel la variation d'utilité commence à être positive (32 ans si  $r_x=5\%$ , 39 ans si  $r_x=4,5\%$  et 46 ans si  $r_x=4\%$ ). Par contre, un agent qui anticipe <sup>(16)</sup> une hausse du prix relatif du logement de 0,5% l'an, achète plus tôt (l'âge optimal diminue de 5 ans passant de 50 à 45 ans et on observe évidemment un gain d'utilité.

(16) On suppose ici que les anticipations des agents sont parfaites.

Figure 5 : Gain de consommation annuelle moyenne selon le taux de location et le prix relatif du logement



### Plan d'épargne logement

Pour bénéficier d'un taux d'emprunt plus bas, les ménages ouvrent en général un compte d'épargne logement. Actuellement la durée minimale de dépôt sur ce compte est de 4 ans et les prêts sont plafonnés à 600 000 F. Ce compte rapporte un intérêt inférieur à l'intérêt moyen d'un placement d'épargne ordinaire.

Pour décrire cette possibilité, nous allons considérer un agent qui épargne sur un tel compte pendant les 4 années précédant la date d'achat, en déposant chaque année une somme proportionnelle à son revenu et telle qu'il obtienne au bout des 4 ans l'apport personnel optimal. Le taux d'intérêt du compte d'épargne logement  $r_a$  est choisi égal à 2%, soit un point de moins que le taux d'intérêt de l'épargne. Nous allons d'abord considérer cette situation à taux d'emprunt inchangé ( $r_e = 5,5\%$ ) pour mesurer les conséquences des deux contraintes de durée minimale et de taux d'intérêt  $r_a$  moindre, puis avec un taux d'emprunt de 5%. Le modèle est résolu en ajoutant, en plus, les deux contraintes institutionnelles suivantes : la durée des prêts n'excède pas 15 ans et le coefficient charges-ressources doit rester inférieur ou égal à 35%.

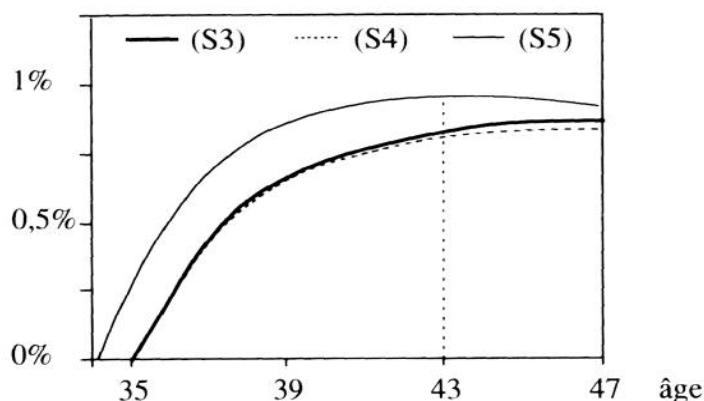
La figure 6 compare le gain d'utilité à devenir acheteur dans les situations suivantes et pour un âge d'achat inférieur ou égal à 47 ans :

- (S3) pas de plan d'épargne logement,  $r = 3\%$ ,  $r_e = 5,5\%$ ,  $v_s \leq 15$  ans et  $k_s \leq 35\%$
- (S4) plan d'épargne logement,  $r_a = 2\%$ ,  $r_e = 5,5\%$ ,  $v_s \leq 15$  ans et  $k_s \leq 35\%$
- (S5) plan d'épargne logement,  $r_a = 2\%$ ,  $r_e = 5\%$ ,  $v_s \leq 15$  ans et  $k_s \leq 35\%$

En comparant (S3) et (S4), on voit que les contraintes institutionnelles du plan d'épargne logement (durée minimale de 4 ans et  $r_a < r$ ) ont un impact très faible. Il provient d'ailleurs uniquement de



Figure 6 : Gain de consommation annuelle moyenne et épargne logement



la différence  $(r-r_a)$  car dans la situation (S3) l'agent épargne de lui-même pendant au moins 7 ans avant la date d'achat. Par contre, la baisse du taux d'emprunt consécutive au plan d'épargne logement (courbe (S5)) a un effet notable, comme on pouvait s'y attendre, étant donné la sensibilité au taux d'emprunt. L'âge optimal d'achat est avancé (43 ans) ainsi que l'âge à partir duquel l'investissement correspond à un gain d'utilité (34 ans). En conséquence, il est peu contraignant d'ouvrir un compte d'épargne logement ; l'opération apparaît même très intéressante dans la mesure où elle permet de bénéficier d'une réduction de taux d'emprunt.

## Rôle de l'inflation

Dans ce paragraphe, nous allons envisager des variations du taux d'inflation à taux d'intérêt réels constants c'est-à-dire en l'absence d'illusion monétaire. Dans notre modèle, l'inflation n'intervient que par l'intermédiaire des remboursements de l'emprunt logement, et si l'on maintient l'hypothèse d'un taux d'inflation constant sur le cycle de vie, son rôle se limite à la modification du profil des remboursements réels. Nous allons voir cependant que cette modification a un effet intéressant à examiner.

Mais, dans la réalité, ce qui est susceptible de modifier profondément le comportement d'un acheteur est l'anticipation d'une hausse du taux d'inflation. Le modèle de cycle de vie se prête mal à la modélisation d'un tel phénomène parce que la résolution du modèle nécessite de préciser l'évolution du taux d'inflation du début du cycle de vie à la fin des remboursements d'emprunts, soit environ sur 35 ans quelle que soit la date d'achat <sup>(17)</sup>. Une infinité d'évolutions sont alors possibles

(17) On constate, en effet, que  $(s+v)$  varie peu en fonction de  $s$ , c'est-à-dire que la durée optimale du prêt  $v$  à  $s$  donné s'établit de telle manière que  $(s+v)$  reste approximativement constant.

qui auraient toutes des conséquences différentes. Nous avons cependant réalisé une résolution pour montrer combien l'effet d'une hausse anticipée du taux d'inflation peut être considérable. L'hypothèse est la suivante : le taux d'inflation est constant égal à 3,5% de  $t=1$  à 15, puis il augmente <sup>(18)</sup> au rythme de 0,5 point par an jusqu'à atteindre 13% en  $t=35$ , il reste ensuite constant (et peu importe son niveau, car tout acheteur qui doit emprunter a, dans notre modèle, fini de rembourser son prêt). Dans cette résolution, il faut ajouter des contraintes sur la durée du prêt et le montant emprunté, car sinon le comportement optimal est d'acheter très tôt en empruntant la totalité de son investissement sur une durée qui dépasserait largement 25 ans. En ajoutant les contraintes institutionnelles  $v_s \leq 20$  ans et  $k_s \leq 35\%$ , l'âge optimal d'achat est alors 36 ans (soit 11 ans plus tôt que dans le cas de référence), avec un taux d'apport personnel de 8,1%, une durée d'emprunt de 20 ans et un coefficient charges-ressources de 35%. Le gain de consommation annuelle moyenne est alors de 1,7% par rapport au non acheteur, ce qui est élevé eu égard aux gains précédemment obtenus. Si on considère les contraintes institutionnelles  $v_s \leq 15$  ans et  $k_s \leq 35\%$ , alors l'âge optimal d'achat est 42 ans, avec un taux d'apport personnel de 24,6%, une durée d'emprunt de 15 ans et un coefficient charges-ressources de 35%. Le gain de consommation annuelle moyenne est alors de 1,3% par rapport au non acheteur.

Examinons maintenant l'effet d'un niveau d'inflation plus élevé, le taux d'inflation restant constant sur le cycle de vie. Comme il a été dit en début du paragraphe, le profil des remboursements réels est alors modifié. Pour illustrer cela, la figure 7 présente le profil des remboursements réels pour deux taux d'inflation 3,5% et 8,5% lorsque l'agent emprunte 80% de son investissement sur une durée de 15 ans au taux réel de 5,5%. Les taux nominaux d'emprunts sont respectivement de 9,2% et 14,5%. Les annuités nominales constantes pour 1 franc emprunté sont respectivement de 0,1255 F et 0,1666 F. L'annuité nominale  $\bar{R}(i_e)$  croît avec le taux d'emprunt nominal, ce qui explique que les remboursements réels  $R_t$  soient plus élevés durant les premières années de la période de remboursement lorsque le taux d'inflation vaut 8,5% que lorsqu'il vaut 3,5%. Ainsi, à taux d'apport personnel et durée de prêt constants, le coefficient charges-ressources  $k_s(\pi)$  augmente avec le taux d'inflation. Plus précisément, on a :

$$k_s(8,5\%) = k_s(3,5\%) \times \frac{0,1666}{0,1255} = 1,33 \times k_s(3,5\%)$$

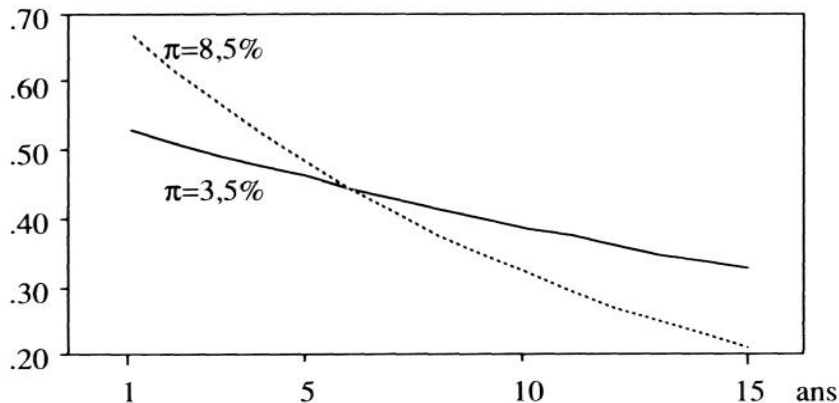
Si on résout le modèle de l'acheteur avec  $\pi=8,5\%$  sans contraintes institutionnelles, on peut constater qu'on obtient des résultats voisins <sup>(19)</sup> pour tout âge d'achat, le même âge optimal et une valeur de

---

(18) Tous les taux d'intérêt réels restent constants.

(19) Lorsque l'achat a lieu tôt dans le cycle de vie, la durée optimale du prêt est un peu plus élevée, le taux d'apport personnel un peu plus bas.

Figure 7 : profils des remboursements réels pour deux taux d'inflation à taux d'emprunt réel constant



l'utilité très légèrement inférieure lorsque l'agent emprunte. Seul le coefficient charges-ressources est modifié : par rapport à ceux donnés dans le tableau 1, ils sont multipliés environ par 1,33. Il en résulte évidemment que si le coefficient charges-ressources maximal appliqué par les organismes de prêt n'est pas relevé avec l'inflation, la résolution du modèle de l'acheteur avec  $\pi=8,5\%$  et les contraintes institutionnelles  $k_s \leq 35\%$  et  $v_s \leq 15$  ans va conduire à une solution très différente de celle obtenue avec  $\pi=3,5\%$  pour un agent qui achète relativement tôt dans le cycle de vie. Il devra en effet constituer un apport personnel nettement plus élevé ce qui contraindra sa consommation avant l'achat et diminuera fortement son utilité.

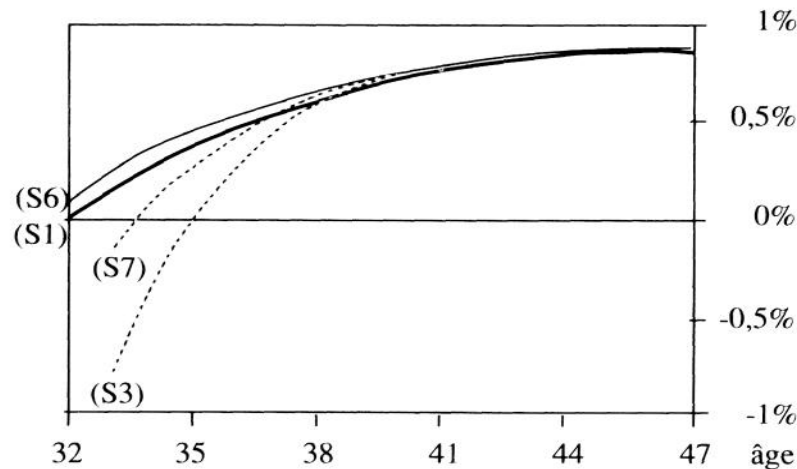
Ceci nous amène à examiner la possibilité, offerte actuellement par le Crédit foncier, d'avoir des remboursements indexés sur l'inflation, le calcul s'effectuant avec un taux d'inflation prévisionnel <sup>(20)</sup>, les remboursements réels étant alors constants sur la base de ce taux. Faisons donc l'hypothèse, dans notre modèle, d'un flux de remboursements réels constants lorsque le taux d'inflation est de 3,5%. Une telle possibilité s'avère intéressante pour l'agent car elle lui permet d'emprunter plus, si le coefficient charges-ressources maximal est maintenu à l'identique.

Sur la figure 8, nous avons représenté le gain (ou la perte) de consommation annuelle moyenne dans les situations suivantes :

- (S1) annuités nominales constantes, aucune contrainte
- (S3) annuités nominales constantes,  $v_s \leq 15$  ans et  $k_s \leq 35\%$
- (S6) annuités réelles constantes,  $v_s \leq 20$  ans et  $k_s \leq 35\%$
- (S7) annuités réelles constantes,  $v_s \leq 15$  ans et  $k_s \leq 35\%$

(20) En réalité l'indexation se fait sur l'évolution anticipée de l'indice du coût de la construction, avec des modalités que nous ne décrivons pas ici pour le cas où les prévisions ne correspondraient pas à l'évolution observée.

Figure 8 : Gain de consommation annuelle moyenne selon l'âge d'achat et selon le mode de remboursement



Pour les âges d'achat de la figure 8, l'agent ne bute jamais sur la contrainte  $k_s \leq 35\%$  dans les situations (S6) et (S7).

La figure (8) montre que dans le cas (S6) (durée des prêts limitée à 20 ans) l'agent a une utilité supérieure au cas (S1) où aucune contrainte sur la durée du prêt et son montant n'intervient. La possibilité de remboursements réels constants échelonnés sur 20 ans apparaît donc très intéressante pour les jeunes accédants à la propriété. L'achat correspond à un gain d'utilité à partir de 32 ans. Pour cet âge, le taux d'apport personnel est presque nul (0,8%) et le coefficient charges-ressources vaut 31,3%. L'âge optimal d'achat est toujours 47 ans, avec un taux d'apport personnel de 40,9% et une durée de prêt de 9 ans, soit des caractéristiques voisines du cas (S1). Lorsque la durée des prêts est limitée à 15 ans (S7), l'agent a une utilité nettement supérieure au cas (S3) quand il achète tôt dans le cycle de vie. Son achat correspond à un gain d'utilité à partir de 34 ans. Pour cet âge, le taux d'apport personnel vaut 7,3% et le coefficient charges-ressources est de 33,1%.

### Influence du montant de l'investissement et don familial

Lorsqu'on fait varier le montant de l'achat ( $X=5$ ) de  $\pm 15\%$  (soit  $X=4,25$  et  $X=5,75$ ), on obtient les conditions optimales de financement reportées dans le tableau 3. Comme on pouvait le penser, l'âge optimal d'achat croît avec le montant. Les taux d'apport personnels augmentent également car l'âge optimal d'achat croît.

Envisageons maintenant une variante qui modifie nettement le comportement optimal de l'agent. Plaçons nous dans le cas assez fréquent, où l'agent reçoit au moment de son achat une somme d'argent (de sa famille par exemple). Faisons deux hypothèses : il

Tableau 3 : Conditions optimales de financement selon le montant de l'investissement

| montant | âge optimal d'achat | apport personnel (en %) | durée de l'emprunt | coef. charge-ressources |
|---------|---------------------|-------------------------|--------------------|-------------------------|
| 4,25    | 45                  | 40,6                    | 8                  | 27,5                    |
| 5       | 47                  | 41,5                    | 9                  | 28,8                    |
| 5,75    | 48                  | 43,1                    | 9                  | 31,9                    |

reçoit 20% de la valeur de son logement (soit la somme de 1), et il en reçoit 10% (soit la somme de 0,5).

Dans la première hypothèse (20%), l'âge optimal d'achat est 36 ans (soit 11 ans de moins que s'il ne reçoit aucun don), la durée d'emprunt est de 17 ans, le taux d'apport personnel (y compris le don) de 19,6% et le coefficient charges-ressources de 32,7%. S'il ne peut emprunter que sur une durée de 15 ans, l'âge optimal d'achat est 38 ans, le taux d'apport personnel est de 24,7% et le coefficient charges-ressources de 31,2%. Dans la deuxième hypothèse (10%), l'âge optimal d'achat est 42 ans, la durée d'emprunt de 12 ans, le taux d'apport personnel de 29,6% et le coefficient charges-ressources de 30,8%.

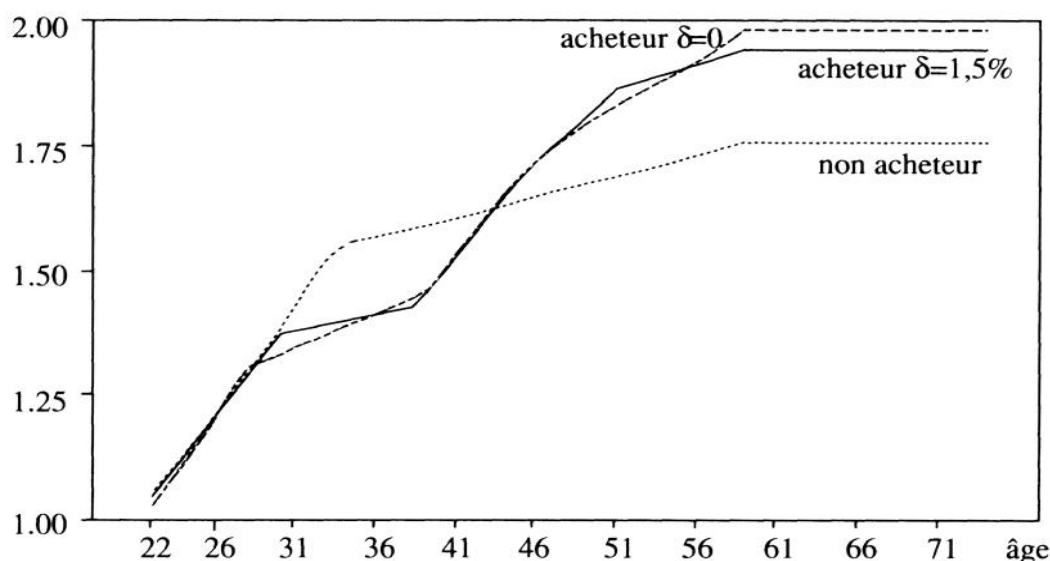
### Profils de consommation et d'accumulation du cycle de vie

Nous allons maintenant nous intéresser brièvement aux contraintes de liquidité induites par l'achat d'un logement <sup>(21)</sup>. Autrement dit, nous allons comparer les profils de consommation de l'acheteur et du non acheteur pour voir sur quelles périodes du cycle de vie l'acheteur doit réduire sa consommation parce qu'il investit dans le logement. Nous ne présentons ici que deux profils : ceux obtenus pour un âge d'achat de 37 ans (soit l'âge moyen d'accession à la propriété donné par les enquêtes logement) dans le cas numérique de base (1), avec les contraintes institutionnelles standards  $v_s \leq 15$  ans et  $k_s \leq 35\%$  et pour les deux taux de préférence pour le présent  $\delta = 1,5\%$  et  $\delta = 0\%$ . Sur la figure 9 sont reportés ces deux profils de consommation ainsi que celui du non acheteur.

Nous remarquons que les deux profils de consommation des acheteurs ayant des taux de préférence pour le présent différents sont très voisins. L'agent qui a une préférence pour l'épargne ( $\delta = 0$ ) ne bute pas sur les contraintes institutionnelles, car à 37 ans son comportement optimal est d'emprunter 79,2% de la somme qu'il doit verser pour acheter son logement, sur une durée de 14 ans, avec un coefficient

(21) Ces contraintes sont décrites en détail dans « Liquidity constraints induced by housing purchase » A. Babeau et F. Charpin (1993).

Figure 9 : Profils de consommation de l'acheteur (selon  $\delta$ ) et du non acheteur



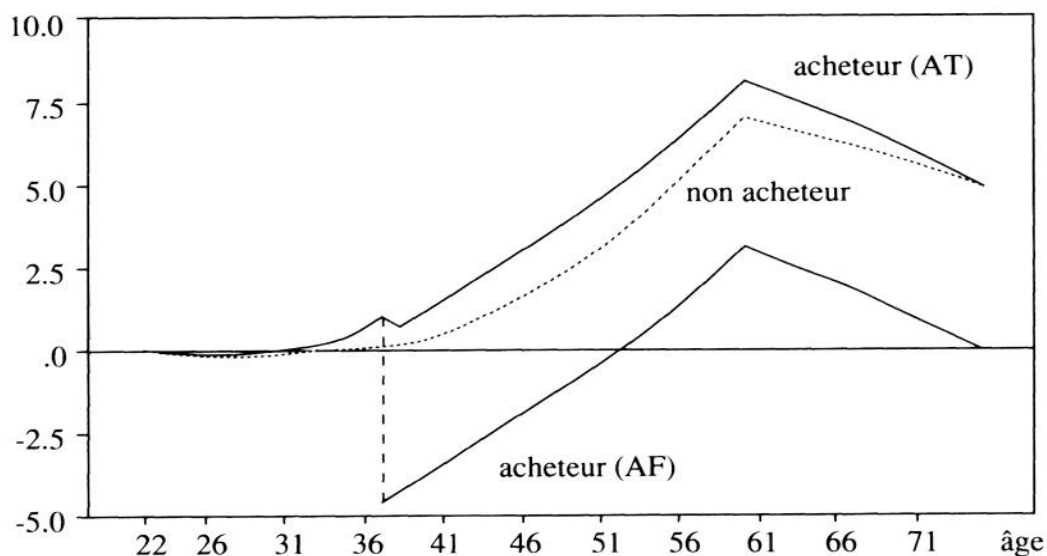
charges-ressources de 34,6%. L'autre agent, qui a une préférence plus marquée pour la consommation ( $\delta=1,5\%$ ), doit cependant épargner plus qu'il ne le souhaiterait car il bute sur les deux contraintes institutionnelles. Il emprunte 82,9% de la somme qu'il doit verser pour acheter son logement, sur une durée de 15 ans, avec un coefficient charges-ressources de 35%. Sans contraintes, il aurait emprunté 92,5% de son achat sur une durée de 18 ans, avec un coefficient charges-ressources de 36%. Finalement, les deux agents ont approximativement le même profil de consommation, l'un l'ayant adopté librement, l'autre par contraintes.

Par rapport au non acheteur de logement, l'accession à la propriété conduit l'acheteur à réduire sa consommation avant et après l'achat, pendant 14 ans, plus précisément entre 29 et 43 ans (figure 9). Après 43 ans, l'acheteur consomme plus que le non acheteur.

Comparons maintenant les profils d'accumulation de l'acheteur et du non acheteur. Comme les deux acheteurs (selon  $\delta$ ) ont des profils voisins, nous ne considérons que celui dont le taux de préférence pour le présent vaut 1,5%. Sur la figure 10 sont reportés, pour l'acheteur le profil de son actif financier total AF et le profil de son actif total (financier et immobilier) AT, pour le non acheteur le profil de son actif financier A.

D'une manière générale, le profil d'accumulation de l'acheteur (AT) est au-dessus de celui du non acheteur, c'est à dire que pour arriver au même héritage, il doit accumuler un peu plus. Au début du cycle de vie, les deux agents sont légèrement endettés pour la consommation, pendant une période assez longue (11 ans pour le non acheteur et 8 pour l'acheteur). Ensuite, l'acheteur commence à épargner pour accu-

Figure 10 : Profils d'accumulation de l'acheteur et du non acheteur



muler son apport personnel et de quoi faire face aux premiers remboursements d'emprunt. Juste après l'achat et pendant 2 ans, il désépargne, c'est à dire que sa consommation est supérieure à son revenu net des remboursements d'emprunt ( $Z$ ). Ensuite, pendant le reste de la période de remboursement, il consomme exactement son revenu  $Z$ , et son actif financier suit l'évolution de son endettement logement. Enfin, il recommence à épargner après la période de remboursement.

## Conclusion

Cet article montre qu'il est possible de modéliser convenablement l'achat d'un logement en utilisant le cadre de la théorie du cycle de vie. En effet, les comportements optimaux que nous obtenons apparaissent tout à fait raisonnables. Les âges optimaux d'achat sont en moyenne un peu élevés (ce qui est en fait normal étant donné que le taux du crédit logement est élevé) mais ils sont cependant très sensibles à un certain nombre de paramètres qui interviennent dans la réalité (taux d'emprunt, anticipation d'une hausse de l'inflation, anticipation d'une hausse du prix relatif du logement, don familial, taux de préférence pour le présent). Les taux d'apport personnels trouvés pour un agent qui achète relativement tôt dans le cycle de vie, sont certainement plus faibles que ceux observés, mais ceci n'a rien d'étonnant car dans notre modélisation les agents connaissent parfaitement le futur. Dans la réalité, l'incertitude sur les revenus futurs entraîne un comportement de précaution de la part des ménages qui peut se traduire chez certains par un endettement moindre. De plus, il arrive fréquemment que les ménages disposent d'une somme d'argent qu'ils n'ont pas eu eux-mêmes à épargner, ce qui conduit à des taux d'apport personnels nettement plus élevés. L'étude de sensibilité mon-

tre que pour permettre aux ménages d'accéder à la propriété le plus tôt possible, il faudrait bien sûr baisser les taux d'emprunt, mais aussi banaliser l'emprunt sur 20 ans avec des remboursements réels constants, ce qui accroît les possibilités d'endettement sans trop contraindre la consommation.

## **Références bibliographiques**

- BABEAU André, CHARPIN Françoise, 1993, « Liquidity constraints induced by housing purchase », *Document de travail OFCE*.
- CHARPIN Françoise, 1988, « La théorie du cycle de vie, une approche numérique », *Revue de l'OFCE*, n° 25.
- CHARPIN Françoise, 1989, « Les contraintes de liquidité dans la théorie du cycle de vie », *Annales d'économie et de statistique*, n° 14.
- CREP, 1993, *Observatoire permanent du financement de l'immobilier par les ménages, Rapport mai 1993*.
- INSEE, 1988, *Conditions de logement des ménages en 1984, série M*, n° 133.
- INSEE, 1991, *Economie et Statistique*, n° 240.
- TAFFIN Claude, 1991, « Accession : l'ancien réhabilité », *Economie et Statistique*, n° 240.